

mische Häufigkeit dieser Kerne hingewiesen. Diese Bevorzugung liegt bei den folgenden Werten vor<sup>12</sup>:

N:	20	—	28	50	(58)	—	82
Z:	(20)	26	od. 28	50	—	74	82

Die eingeklammerten Zahlen geben Werte an, bei denen die Bevorzugung nur wenig hervortritt und bei denen eine kernphysikalische Bedeutung noch ungewiß erscheint.

Die Abb. 7 und 8 lassen jedoch auch eine sprunghafte Häufigkeitsverminderung in gewissen „Zwischengebieten“ erkennen, und zwar vor allem bei den Kernen, für die  $Z > 50$  und  $N < 82$  ist, sowie für die Kerne, deren  $Z$  zwischen 74 und 82 liegt. Eine ähnliche Häufigkeitsverminderung scheint auch vorzuliegen bei den Kernen mit  $Z > 20$  und  $N < 28$ .

eine Folge einer komplizierteren Entstehungskinetik dieser Kerne aufzufassen.

Anm. bei der Korrektur: Ein weiterer interessanter Beleg für die energetische Bevorzugung von Kernen dieser Neutronenzahlen ist dem Bericht des Plutonium Project, J. amer. chem. Soc. **68**, 2411 [1946], der nach Fertigstellung des Manuskripts durch den Auszug von J. M a t t a u c h, diese Z. **2a**, 120 [1947], hier bekannt geworden ist, zu entnehmen. Danach sind die bislang einzigen als Neutronenstrahler identifizierten Kerne das  $\text{Kr}^{87}$  und das  $\text{X}^{137}$ . Ihre Neutronenzahl beträgt 51 bzw. 83; durch Emission eines Neutrons gehen sie in einen „bevorzugten“ Kern mit der Neutronenzahl 50 bzw. 82 über.

Während diese Befunde als gesichert gelten können, läßt sich aus dem Bilde, das die Häufigkeitsverteilung bietet, auch eine Reihe weiterer Periodizitäten und Regelmäßigkeiten herauslesen, von denen nicht gesagt werden kann, ob sie zufällig oder durch kernphysikalische Verhältnisse bedingt sind. Es sei hier nur noch erwähnt, daß auch Kerne mit bestimmten Neutronenüberschußwerten eine häufigkeitsmäßige Bevorzugung aufzuweisen scheinen. In der Abb. 1 sind die Häufigkeitssummen der Kerne mit gleichem Neutronenüberschuß aufgetragen. Die Linie, die die Werte der Häufigkeitssummen für Kerne mit geradem Neutronenüberschuß (Kreuze, im wesentlichen  $g-g$ -Kerne) verbindet, hat einen auffallend glatten Verlauf, wenn man von den Punkten für die folgenden Werte absieht, bei denen eine „häufigkeitsmäßige Bevorzugung“ vorzuliegen scheint:

$$N-Z: 4, 12, 24, 26, (38).$$

Die entsprechende Linie für die Kerne mit ungeradzahligem Neutronenüberschuß (gestrichelt,  $g-u$ - und  $u-g$ -Kerne) verläuft weniger glatt; hier ist jedoch an Stellen, wo stabile oder fast stabile Isobarenpaare vorliegen, die Häufigkeitszuordnung noch unsicher oder der Linienvverlauf als vom Weltalter abhängig zu betrachten.

## Geometrie und Kristallphysik einer Röntgenlinse für monochromatische Strahlung

Von WALTER HOPPE\* und HANS JOCHEN TRURNIT

(Z. Naturforsch. **2a**, 608—615 [1947]; eingegangen am 7. Juli 1947)

Es wird die Geometrie und Kristallphysik einer Linse für monochromatische Röntgenstrahlung behandelt, die durch Überziehen von Rotationsformkörpern mit Kristallschichten entsteht. Von den durch Biegung von Kristallen erhaltenen Röntgenabbildungssystemen unterscheidet sich die neue Linse vor allem durch Formung der abbildenden Netzebenen nach nichtabrollbaren Flächen. Dadurch erhält sie sehr gute geometrisch-optische Abbildungseigenschaften, rotationssymmetrischen Strahlengang für Achsenpunkte mit Gültigkeit der Linsengesetze und kann daher zur bequemen Einstellung mit Lichtlinsen gleicher Brennweite kombiniert werden. Sie hat aber wie alle Kristalllinsen einen starken chromatischen Fehler (monochromatische Strahlung erforderlich) und eine „flächenhafte“ Apertur, daher relativ geringe Lichtstärke. Es wird ein Weg zur Erreichung einer „räumlichen“ Apertur angegeben. Eine maximale Auflösung von etwa  $1\mu$  erscheint erreichbar.

### I. Allgemeines

Röntgenstrahlung hat in allen Medien einen Brechungsindex von nahezu 1; aus diesem Grunde sind Röntgenlinsen und -spiegel nicht möglich und die optischen Anordnungen in der

Röntgenographie arbeiten mit Schattenwurf und Blenden als optischen Hilfsmitteln.

Eine Röntgenoptik hätte Interesse für die Abbildung von Gegenständen mit Röntgenstrahlen

\* München-Solln, Memlingstr. 4.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition “no derivative works”). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

und für Röntgenkameras in der Feinstrukturanalyse. Das erste Problem ist insbesondere im Hinblick auf die Ausbildung eines Röntgenmikroskopes viel diskutiert worden, das, ähnlich wie das Elektronenmikroskop, auf Grund der kurzen Wellenlänge der Strahlung theoretisch höhere Auflösungen gestatten müßte als das Lichtmikroskop.

Allerdings ist meist übersehen worden, daß, unabhängig von der Existenz von Abbildungssystemen mit genügender Auflösung, ein Durchstrahlungs-Röntgenübermikroskop mit mittelharter, noch genügend luftdurchdringender Strahlung viel zu geringe Kontraste des Bildes geben würde. Erst bei einer Betriebswellenlänge von 20–40 Å reichen die Kontraste aus, doch muß ebenso wie beim Elektronenmikroskop im Vakuum gearbeitet werden. Die Absorptionsgesetze der Röntgenstrahlung ähneln eben mehr denen der Elektronenstrahlung als denen der Lichtstrahlung mit ihren ausgesprochen selektiven Absorptionsgebieten und großen Extinktionsunterschieden.

Diese Überlegungen gelten nicht bei Verwendung von selbstleuchtenden Objekten, bei denen der Kontrast des Bildes unabhängig von den Absorptionsgesetzen der Strahlung wird.

Aber auch im Bereiche der Auflösung des Lichtmikroskops bietet eine Röntgenabbildung so viele Möglichkeiten, „Neues zu sehen“, daß es Interesse beanspruchen darf. Die geringe Absorption und der Wegfall der Streuung an Präparatstellen mit verschiedenem Lichtbrechungsindex gestatten die mikroskopische Untersuchung undurchsichtiger und trüber Objekte.

Das zweite Anwendungsgebiet einer Röntgenoptik wäre der Bau von lichtstarken Röntgenkameras und -spektrographen, das jedoch hier nur erwähnt werden soll.

Eine Zwischenstellung zwischen reiner Abbildung und Spektralanalyse nimmt die „lokale Spektralanalyse“ ein. Da die später beschriebenen Systeme gerade hierzu sehr geeignet sind, sei das Prinzip der Methode kurz beschrieben: Eine Präparatoberfläche wird durch Elektronenstoß oder durch Röntgenstrahlung zur Aussendung ihres charakteristischen Spektrums angeregt und durch ein gleichzeitig monochromatisierendes Abbildungssystem nur das Bild in der Strahlung der Wellenlänge einer Spektrallinie eines Elementes wiedergegeben. Die Schwärzungsverteilung des so erhaltenen Bildes gibt dann direkt die Verteilung

des gesuchten Elementes im Präparat wieder. Bei der Untersuchung von Legierungen usw. (Korn Grenzen — Kornverteilung) sind lokale Mikrospektralanalysen von großem Interesse<sup>1</sup>.

## II. Der grundsätzliche Aufbau der neuen Röntgenlinse für monochromatische Abbildung

Nach dem Bragg'schen Gesetz entspricht die Beugung der Röntgenstrahlen an Kristallgitternetzebenen formal einer selektiven Reflexion, für den „Glanzwinkel“ gilt die bekannte Beziehung

$$n \lambda = 2 d \sin \varphi.$$

Man kann nun zeigen<sup>2</sup>, daß Kristalle, die zylinder- oder kegelmantelförmig elastisch oder plastisch verformt werden, auf Grund der Bragg'schen Reflexion röntgenstrahlenabbildende Eigenschaften, allerdings mit erheblichen Abbildungsfehlern, haben.

Der eine von uns (Trurnit) schlug nun für röntgenoptische Zwecke die Verwendung von künstlichen Kristallen vor, die durch Aufziehen von Filmen von z. B. Fettsäuresalzen nach der Langmuir-Blodgett'schen Methodik auf Oberflächen von genau geschliffenen Grundkörpern in beliebiger Form gebaut werden können. Die bei einer Biegung prinzipiell gegebene Beschränkung auf abrollbare Flächen entfällt also. Der andere von uns (Hoppe) konnte neue Flächenformen finden, die für eine Röntgenabbildung besser geeignet sind als Zylinder- und Kegelflächen, da sie sehr günstige geometrisch-optische Eigenschaften haben und in ihrer Handhabung Lichtlinsen entsprechen, z. B. ebenfalls den Linsengesetzen genügen. Die „Röntgenlinsen“ haben rotationssymmetrischen Strahlengang, sind jedoch wie alle Kristalllinsen nur für monochromatische Strahlung anwendbar.

Für ihre Herstellung ist außer der Langmuir-Blodgett'schen Methodik jede Methode brauchbar, die genaue Orientierungen von Mikrokristallen herzustellen gestattet.

Mit Linsen dieser Art wurden bereits vergrößerte Abbildungen erzielt<sup>3</sup>.

Die vorliegende Arbeit soll die grundsätzlichen Fragen der Geometrie und Kristallphysik der Systeme klären.

<sup>1</sup> L. v. Hámos, Nature [London] **134**, 181 [1935]; Metallwirtsch., Metallwiss., Metalltechn. **15**, 432 [1936].

<sup>2</sup> L. v. Hámos, Z. Kristallogr. **101**, 17 [1939].

<sup>3</sup> H. J. Trurnit u. W. Hoppe, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-physik. Kl., **1946**, 29.

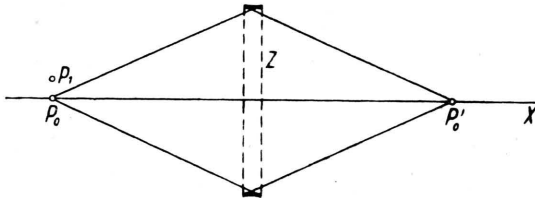


Abb. 1.

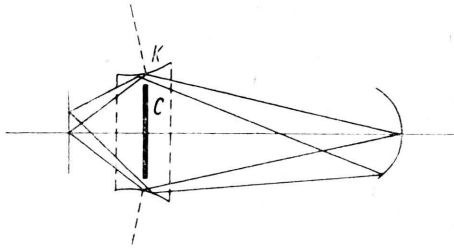


Abb. 2.

In Abb. 1 ist ein sehr kurzer Kreiszylinder  $Z$  gezeichnet, der an seiner Innenfläche mit Netzebenen belegt ist. Auf der Zylinderachse  $x$  liege der Punkt  $P_0$ ; die von diesem Punkt auf den Kreiszylinder fallenden Strahlen beschreiben einen Kegelmantel und schneiden die Tangentialebenen des Kreiszylinders  $Z$  unter dem konstanten Winkel  $\varphi$ . Ist nun dieser Winkel  $\varphi$  gerade gleich dem Glanzwinkel, so wird der Punkt  $P_0$  in  $P'_0$  abgebildet. Für den benachbarten Punkt  $P_1$  ist jedoch keine Abbildung möglich. Um eine solche zu erreichen, können weitere Kristallnetzebenen angeordnet werden, die tangential am Reflexionskreis anliegen, jedoch sonst beliebige Orientierung zeigen. Ein Beispiel: In einem stark gedehnten Draht sind die Kristallite parallel der Drahtrichtung orientiert. Biegt man diesen Draht zu einem Ring, so erhält er abbildende Eigenschaften. Linsen dieser Art seien „Ringlinsen“ genannt. Einen anderen, im folgenden ausschließlich verwendeten Weg zur Erreichung der notwendigen Lagemannigfaltigkeit der Netzebenen zeigt Abb. 2. Es wird ein Rotationskörper verwendet, der durch Rotation einer ebenen, konvex oder konkav gekrümmten Kurve  $K$  entsteht und mit Kristallnetzebenen belegt ist.

Ein Gegenstandspunkt wird nicht wie bei der Lichtlinse durch ein räumliches Strahlenbündel abgebildet, sondern die abbildenden Strahlen liegen in Flächen, die ungefähr Kegelmänteln entsprechen. Zur Abblendung der nicht abbildenden Zentralstrahlung ist eine Zentrallinse  $C$  erforderlich.

Wird als Zentrallinse eine Lichtlinse gewählt, oder der Rotationskörper in eine solche eingearbeitet, so kann bei gleicher Brennweite von Röntgen- und Lichtlinse die letztere zur einfachen Scharfeinstellung dienen.

Ist der Radius der Röntgenlinse klein gegenüber ihrem Abstand von Gegenstand und Bild, so genügt sie der Linsenformel.

Es ist:

$$\alpha = \frac{r}{a}, \quad \beta = \frac{r}{b}, \quad \alpha + \beta = 2\varphi,$$

wenn mit  $\alpha$  und  $\beta$  der gegenstandsseitige und bildseitige Öffnungswinkel, mit  $\varphi$  der Glanzwinkel und mit  $a$  und  $b$  die Gegenstands- und Bildweite bezeichnet werden. Setzen wir ein, so ist

$$\frac{r}{a} + \frac{r}{b} = 2\varphi, \text{ oder } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad f = \frac{r}{2\varphi}.$$

Das maximal nutzbare Gesichtsfeld ergibt sich zu:

$$A = 2\varphi \cdot a,$$

die Bildgröße zu

$$B = 2\varphi \cdot b.$$

Nach diesen Gleichungen ist es gleichgültig, wie die Lagemannigfaltigkeit der Netzebenen erhalten wird — m. a. W. die Rotationsfläche kann beliebig nach innen oder außen gekrümmt sein, es kommt nur auf den Durchmesser  $2r$  der Linse an. Bei genauer Rechnung, vor allem wenn  $r$  vergleichbar wird mit  $a$  und  $b$ , ist die Form der Linse zu berücksichtigen.

### III. Geometrie

#### 1. Kugelzonenlinse

Der einfachste und, wie gezeigt wird, auch praktisch wichtigste Fall einer Rotationsfläche für eine Röntgenlinse entsteht, wenn ein Kreisbogen um eine Achse rotiert, die gleichzeitig den Mittelpunkt des Bogens enthält. Es entsteht eine Kugelfläche. Röntgenlinsen mit sphärisch gekrümmten Netzebenen sollen Kugelzonenlinsen genannt werden.

Abb. 3 zeigt die Abbildung einer Kugelzonenlinse. Der auf der Achse liegende Punkt  $P_0$  wird in  $P'_0$  abgebildet. Wegen der Kugelform ist jedoch die gewählte Achse der Linse in keiner Weise ausgezeichnet, d. h. es können durch den Mittelpunkt der Kugel beliebige Achsen gelegt werden, z. B. mit der Richtung  $x_1$ , auf der ein Punkt  $P_1$  liegen

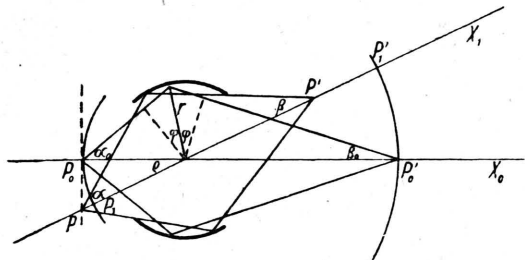


Abb. 3.

soll, der in  $P'_1$  exakt abgebildet wird. Besonders einfach werden nun die Verhältnisse, wenn der Abstand von  $P_0$  und  $P_1$  (und weiteren Punkten auf beliebigen Achsen  $x_i$ ) vom Mittelpunkt konstant ( $=a$ ) ist. In diesem Falle ist das „Gegenstandsfeld“, eine Kugelfläche mit dem Radius  $a$  und wird fehlerlos im „Bildfeld“, ebenfalls einer Kugelfläche, jedoch mit dem Radius  $b$ , abgebildet.

Im allgemeinen ist das „Gegenstandsfeld“ eine Ebene.

Auch in diesem Falle ist die Linsengeometrie sehr einfach und übersichtlich. Sämtliche, von einem Gegenstandspunkt ausgehende und zur Reflexion gelangende Strahlung wird exakt zu einem Bildpunkt vereinigt. Ein in der Gegenstandsebene liegender Punkt habe die Koordinaten:

$$P\left(\varrho, \frac{a}{\cos \varrho}\right)$$

und wird in  $P'$  abgebildet

$$P'(\varrho, b_1);$$

$b_1(\varrho)$  soll berechnet werden.

Nach den aus der Abb. 3 ablesbaren Winkelbeziehungen ergibt sich:

$$r \cos \varphi = a \sin \alpha_0 = b \sin \beta_0,$$

( $\alpha_0, \beta_0$  = gegenstandseitiger und bildseitiger halber Öffnungswinkel,  $\varphi$  = Glanzwinkel; die Beziehung könnte als Sinussatz für die Kugelzonenlinse bezeichnet werden)

und

$$\alpha + \beta = 2\varphi.$$

Für die Punkte  $P_0(0, \alpha)$  und  $P\left(\varrho, \frac{a}{\cos \varrho}\right)$  folgt nach Einsetzen:

$$a \sin \alpha_0 = b \sin (2\varphi - \alpha_0) = r \cos \varphi,$$

$$\frac{a}{\cos \varrho} \sin \alpha = b_1 \sin (2\varphi - \alpha) = r \cos \varphi.$$

Daraus läßt sich  $\sin \alpha$  und  $\cos \alpha$  berechnen und

nach einigen trigonometrischen Umformungen erhält man schließlich:

$$b_1(\varrho) = \frac{a}{2 \sin \varphi \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - \cos^2 \varphi \cos^2 \varrho - \cos 2\varphi \cos \varrho}}.$$

Diese Formel tritt an Stelle der Linsenformel für schlanke Strahlenbündel. Die Bildweite errechnet sich, wenn  $\varrho$  gleich Null gesetzt wird.

Den Zusammenhang zwischen der Linsenformel und der Formel für die Kugelzonenlinse zeigt ein Vergleich beider Gleichungen:

$$b = a \left( \frac{a}{f} - 1 \right)^{-1} \quad \text{Linsenformel,}$$

$$b(\varrho) = a \left( \frac{\sqrt{a^2 - r^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \varrho}}{r} - \cos 2\varphi \cos \varrho \right)^{-1} \quad \text{Kugelzonenlinse.}$$

Die Kugelzonenlinse zeigt als geometrischen Fehler nur Bildfeldwölbung.

## 2. Die Kugellinse

Die von einem Gegenstandspunkt ausgehende und zur Bilderzeugung verwendete Strahlung liegt, wie schon betont, auf einer Fläche (Kegelmantel). Sämtliche bisher in der Literatur beschriebene Röntgenabbildungssysteme haben diese „flächenhafte“ Apertur.

Im folgenden wird gezeigt, wie eine der Lichtlinse entsprechende „räumliche“ Apertur erhalten werden kann.

Eine Kugelzonenlinse habe den Radius  $r_1$ , die Gegenstandsweite  $a$  und die Bildweite  $b$ . Nun soll eine zweite Kugelzonenlinse mit dem gleichen  $a$  und  $b$ , jedoch einer Kristallbelegung mit einem verschiedenen Netzebenenabstand und damit einem anderen Radius  $r_2$  so eingeschachtelt werden, daß Gegenstands- und Bildorte erhalten bleiben. Diese Einschachtelungen können beliebig oft und in beliebig engen Abständen wiederholt werden, bis wir schließlich eine einzige dicke Kristallschicht erhalten, deren Gitterkonstante nach einem bestimmten Gesetz kontinuierlich verändert wird. Es ist sofort einzusehen, daß damit die „flächenhafte“ Apertur zu einer „räumlichen“ wird, die abbildenden Strahlen liegen in der Differenz der beiden Grenzkegel mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$ . (Der Begriff „flächenhafte“ Apertur ist nicht ganz wörtlich zu nehmen; der Strahlenkegelmantel hat selbstverständlich aus physikalischen Gründen eine definierte endliche Dicke.)



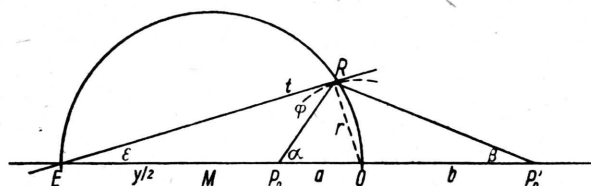


Abb. 4.

Die wesentliche Folge der räumlichen Apertur ist die um Größenordnungen gesteigerte Lichtstärke des optischen Systems. Kristallinsen mit gesetzmäßig veränderlicher Gitterkonstante erscheinen zunächst nur theoretisch von Interesse, da kein Weg zu ihrer Herstellung bekannt ist. Jedoch gibt gerade die Herstellung von Oberflächenkristallen nach der Langmuir-Blodgett-Methode prinzipiell Möglichkeiten zum Bau von außerordentlich genauen Kristallen mit veränderlicher Gitterkonstante. Durch Mischkristallbildung lassen sich beliebige Gitterkonstante kontinuierlich einstellen und das Aufziehen der Schichten erfolgt monomolekular, also in Abständen von Å-Einheiten. Durch künstliche Herstellung von Kristallen können deren Eigenschaften eben weitgehend willkürlich beeinflusst werden.

Diese Linsen sollen Kugellinsen genannt werden. Zur Ableitung ihrer geometrischen Eigenschaften werden der Abb. 4 die notwendigen Winkelbeziehungen entnommen. Die Tangente  $t$  der Netzebene im Reflexionspunkte  $R$  schneidet die Linsenachse im Punkte  $E$ . Wir betrachten das Dreieck  $EOR$ . Dessen Hypotenuse  $y$  ergibt sich nach folgender Beziehung:

$$y \sin \frac{\alpha - \beta}{2} = a \frac{\sin \alpha}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}}.$$

Nach einigen Umformungen folgt:

$$y = a \frac{2 \sin \alpha}{\sin \alpha - \sin \beta}.$$

Da außerdem zwischen den Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$  die Sinusbeziehung gilt:

$$a \sin \alpha = b \sin \beta = r \cos \varphi,$$

so folgt nach Einsetzen für  $\sin \beta$  schließlich:

$$y = \frac{2a}{1 - a/b}.$$

Die Größe  $y$  ist unabhängig von dem Winkel  $\alpha$  und damit von  $r$  und hängt nur von  $a$  und  $b$  ab.

Da das Dreieck  $EOR$  rechtwinklig ist, so liegen sämtliche Reflexionspunkte auf einem Kreisbogen mit dem Radius  $y/2$ .

Unter diesen Voraussetzungen läßt sich eine Beziehung zwischen dem Radius  $r$  und dem Winkel  $\varphi$  ableiten, die angibt, in welcher Weise sich  $\varphi$  und damit auch der Gitterebenenabstand  $d$  mit dem Radius  $r$  ändern muß.

Es ist

$$\alpha = \varepsilon + \varphi,$$

daher

$$r = a \frac{\sin(\varphi + \varepsilon)}{\cos \varphi};$$

ferner:

$$\sin \varepsilon = \frac{r}{y}.$$

Nach Umformung und Einsetzen von  $\sin \varepsilon$  und  $\cos \varepsilon$  ist

$$r = a \operatorname{tg} \varphi \sqrt{1 - \frac{r^2}{y^2} + \frac{a r}{y}}.$$

bzw.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r(y - a)}{a \sqrt{y^2 - r^2}}.$$

Es sei das Ergebnis kurz diskutiert. Ganz analog wie in der Lichtoptik muß die Einhaltung der Sinusbedingung für eine aplanatische Abbildung gefordert werden, wir haben es mit Lichtbündeln weiter Öffnung zu tun. Ebenso ist diese Bedingung nur für einen bestimmten Objekt- und Bildabstand einer jeden Linse erfüllbar ( $\operatorname{tg} \varphi$  ist eine Funktion von  $a$  und  $b$ ); d. h. die Röntgenkugellinse ist nur für eine einzige Vergrößerung korrigiert. Maßgebend für diese Korrektur ist die Funktion des Gitterebenenabstandes der aufgetragenen Schichten. Die Linse zeigt ebenso wie die Kugelzonlinse außer der Bildfeldwölbung keine weiteren Linsenfehler.

Es sei noch erwähnt, daß eine Kugellinse mit Radien zwischen 0 und  $r = y$  sämtliche Strahlung, die von einem Gegenstandspunkt in den Raum ausgestrahlt wird, zur Abbildung verwerten kann, ohne daß außer der Bildfeldwölbung weitere geometrische Linsenfehler auftreten.

### 3. Zonenlinsen mit asphärischen Reflexflächen

Es war nun die Frage zu beantworten, ob durch Wahl anderer als sphärischer Flächen auch noch die Bildfeldwölbung beseitigt oder verkleinert werden kann. Insbesondere Linsenkörper mit Torus-

gestalt (entstanden durch Rotation von Kreislinsen verschiedener Krümmung und Abstand von der Achse) wurden durchgerechnet. Ohne auf die teilweise recht langwierigen Rechnungen einzugehen, sei nur als ihr wesentliches Ergebnis angeführt, daß sich eine weitere Verbesserung der Linseneigenschaften gegenüber der Linse mit sphärischen Flächen im allgemeinen nicht ergeben hat. Es treten neue Linsenfehler (Astigmatismus, Verzeichnung) auf. Berücksichtigt man noch, daß das Schleifen von genauen Kugelflächen wesentlich einfacher ist als von asphärischen Flächen, so erscheint die Beschränkung auf sphärische Linsenformen auch technisch als sinnvoll und vorteilhaft.

#### IV. Kristallphysik

Die bisherigen Überlegungen beruhen alle auf der formalen Gültigkeit des Bragg'schen Gesetzes (geometrische Optik der Röntgenlinse). Zu einer Kenntnis der Leistungsfähigkeit und Grenzen der neuen Systeme gelangt man erst, wenn man auf den physikalischen Vorgang der Röntgenstrahlbeugung an Kristallen näher eingeht.

Die dynamische Theorie der Kristallinterferenzen behandelt die Beugung der Röntgenstrahlen an einem vollkommen idealen, gegenüber der Wellenlänge der Strahlung praktisch unendlich großen Kristall. Sie zeigt, daß auch unter diesen Bedingungen die spektrale Auflösung des Kristallgitters nicht unendlich groß wird. Eine monochromatische Strahlung wird in einem Glanzwinkelbereich reflektiert, dessen Winkelbreite allerdings sehr gering ist; sie beträgt

$$\frac{2|\varepsilon|}{\sin 2\varphi}.$$

$\varepsilon$  ist eine Größe, die von der Struktur des Kristalles abhängt. Innerhalb dieses Bereiches tritt jedoch Totalreflexion ein. Die von der Struktur bestimmte Winkelbreite dirigiert die trotz der Totalreflexion außerordentlich geringe Gesamtintensität des Röntgenreflexes. Voraussetzung für die Theorie ist eine Mindestgröße der Kristalle von 10 bis 100  $\mu$ . Die Winkelbreite des (111)-Reflexes errechnet sich zu 4,1 Winkelsekunden; experimentell konnte bei ausgesuchten Diamantkristallen der Wert auch gemessen werden.

Die Auffächerung des Strahles begrenzt die Auflösung bei Abbildung mit Kristallspiegeln. Sie kann aber aus zwei Gründen nicht erreicht werden:

1. Ideale, ungestörte Kristalle sind sehr selten. Insbesondere ist nicht zu erwarten, daß die Herstellung von künstlichen Kristallen mit gekrümmten Netzebenen vollkommen störungsfrei stattfinden wird; es wird immer eine Anordnung von orientierten Mikrokristallen entstehen — Wachstumsstörungen sind schon wegen der Krümmung der Flächen unvermeidlich (Mosaikstruktur).
2. Spektrallinien sind nicht vollkommen monochromatisch, sondern zeigen eine bestimmte spektrale Verteilung (chromatischer Fehler).

#### 1. Der Einfluß der Mosaikstruktur

Die Verringerung der Auflösung hat zwei Ursachen: Zuerst eine rein physikalische, die durch die Kleinheit der Mikrokristalle bedingt wird. Nimmt für eine bestimmte Röntgenreflexion die Zahl der sie verursachenden Netzebenen ab, so sinkt die Auflösung des Kristallgitters. Nach einer für unser Problem umgeformten Formel von v. Laue<sup>4</sup> gilt:

$$\eta = \frac{\lambda}{4\pi m d},$$

$$s = \frac{\eta b}{0,088 \cos \varphi/2}.$$

$s$  = Durchmesser des Streuscheibchens,  $b$  = Bildweite,  $m$  = Netzebenenanzahl,  $d$  = Netzebenenabstand,  $\varphi$  = Glanzwinkel.

Die zweite Fehlerursache ist die Verwerfung der die Linse bildenden Kristallblöckchen gegeneinander. Sie wird verursacht durch Wachstumsstörungen überhaupt — auch beim natürlich gewachsenen Kristall kann sie bis 20 Winkelminuten betragen — und durch Einfluß der Politur der Oberfläche des Grundkörpers bei den künstlichen Linsen Kristallen.

Da zu erwarten ist, daß auch die Orientierung der Verwerfungen der Kristallblöckchen auf die Größe des Fehlers von Einfluß ist, teilen wir ihn in 2 Komponenten:

1. Verwerfungs- und Politurfehler in Richtung der Linsenachse,
2. Verwerfungs- und Politurfehler in der dazu senkrechten Richtung.

Die Entstehung der 1. Komponente kann man sich folgendermaßen vorstellen: Der Fremdkörper ist zusammengesetzt aus einer Aufeinanderfolge von sehr niedrigen Kegelstümpfen, deren

<sup>4</sup> M. v. Laue, Z. Kristallogr. **64**, 115 [1926].

Mantelflächen der Rotationsfigur tangential anliegen. Die Existenz von Verwerfungen in Richtung der Linsenachse bedeutet, daß außer diesen Kegelstümpfen noch weitere vorhanden sind, die um einen Winkel  $\Delta\varphi$  um den theoretischen Tangentenwinkel streuen. Die Linse besteht also eigentlich aus einer Aufeinanderfolge von Ringlinsen<sup>5</sup>, allerdings entsprechend dem geringen Winkelbereich mit sehr kleinen, jedoch aneinander angeschlossenen Gesichtsfeldern. Politur- und Verwerfungsfehler in Richtung der Achse führen also nicht zu Streuscheibchen wie bei einer Lichtlinse oder einem Lichtspiegel, sondern zu „Abbildungsscheibchen“. Eine Verminderung der Auflösung kommt durch Überlagerung der fehlerhaften Ringlinsenabbildungen über die korrespondierende Kugelzonenlinsenabbildung zustande.

Der Durchmesser des Gesichtsfeldes einer Ringlinse mit dem Drehwinkel  $\Delta\varphi$  der Netzebenen beträgt auf der Gegenstandseite

$$s'_1 = \frac{l_1 \Delta\varphi}{\cos \alpha},$$

wenn mit  $l_1$  die Länge des Leitstrahles vom Gegenstandspunkt (Achsenpunkt) zum Reflexionspunkt der Linse, mit  $l_2$  die Länge des Leitstrahles von der Linse zum Bild, mit  $\alpha$  der gegenstandseitige und mit  $\beta$  der bildseitige Öffnungswinkel bezeichnet werden.

Die Bildgröße ist dann entsprechend

$$s_1 = \frac{l_2 \Delta\varphi}{\cos \beta}.$$

Außer der Verzeichnung sind die Fehler der Ringlinse als Fehler 2. Ordnung vernachlässigt. Nach dem Sinussatz gilt nun

$$s_1 = \frac{b}{a} l_1 \frac{\Delta\varphi}{\cos \beta}.$$

Durch die übergelagerte fehlerlose Kugelzonenlinse muß aber die Abbildung des Gegenstandsgesichtsfeldes der Ringlinse im Verhältnis von  $b$  zu  $a$  erfolgen, also

$$s_{1(\text{theor})} = \frac{b}{a} l_1 \frac{\Delta\varphi}{\cos \alpha}.$$

Der Fehler ist der Unterschied der beiden Abbildungen:

$$\Delta s_1 = \frac{b}{a} l_1 \Delta\varphi \left( \frac{1}{\cos \alpha} - \frac{1}{\cos \beta} \right).$$

<sup>5</sup> Definition der Ringlinse siehe Abschn. II.

Die 2. Komponente des Verwerfungsfehlers kann folgendermaßen abgeschätzt werden: Die Netzebenennormalen treffen nicht nur die Linsenachse, sondern gehen auch im Abstand  $\Delta\varphi r$  an ihr vorbei. Es werden nun in diesem Abstand parallel zu der Linsenachse scheinbare Linsenachsen durch die Netzebenennormalen gelegt. Ein Punkt auf einer dieser Achsen im Abstand  $a$  wird auf ihr im Abstand  $b$  abgebildet. Vergleichen wir die Abbildung desselben Punktes, die durch die fehlerfreie Netzebene bewirkt wird, so ergibt sich nach einfachen Überlegungen ein Unterschied zu näherungsweise:

$$\Delta s_2 = \frac{r}{a} \Delta\varphi (b + a).$$

Aus einem Vergleich von  $\Delta s_1$  mit  $\Delta s_2$  folgt, daß Verwerfungen senkrecht zur Linsenachse einen stärkeren Fehler verursachen als Verwerfungen in Richtung der Achse.

## 2. Der chromatische Fehler

Die Brennweite einer Linse, die mit einer Strahlung in einem schmalen Wellenlängenbereich  $\Delta\lambda$  betrieben wird, ändert sich im Bereich  $\Delta f$ .

Es ist

$$\lambda = 2 d \sin \varphi,$$

daher

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\lambda}{2 d \cos \varphi}.$$

Bei  $r \ll a$  ist die Brennweite näherungsweise

$$f = \frac{r}{2 \varphi},$$

daher

$$\Delta f = f \frac{\Delta\lambda}{2 \varphi d \cos \varphi}.$$

Bei großer Vergrößerung und großem Glanzwinkel kann genauer gesetzt werden

$$f = \frac{r}{\operatorname{tg} 2 \varphi}$$

und

$$\Delta f = f \frac{\Delta\lambda}{d \sin 2 \varphi \cos \varphi}.$$

Die durch die Brennweitenänderung veränderte Bildweite ist

$$b' = \frac{b f^2}{f^2 \pm \Delta f b},$$

bei kleinen Glanzwinkeln auch

$$b' = \frac{b f}{f \pm \frac{\Delta\lambda}{\lambda} b}.$$

## 3. Maximale Auflösung

Während die Verwerfungsfehler von der Güte der Orientierung der die Linse aufbauenden Kristallite abhängen, kann der chromatische Fehler durch äußere Einflüsse nicht verändert werden. Er ist bedingt durch die Halbwertsbreite der Röntgenspektrallinien<sup>6</sup>.

Zur Abschätzung der maximal erreichbaren Auflösung setzen wir für die Vergrößerung  $V$ ,

<sup>6</sup> Der chromatische Fehler begrenzt daher theoretisch die erreichbare Auflösung. Vergleicht man größenordnungsmäßig nach den angegebenen Fehler-schätzungen die verschiedenen Fehler, so kommt man zum Schluß, daß bei plausiblen Annahmen über Mosaikstruktur Aussicht besteht, die Grenzauflösung zu erreichen.

ferner nehmen wir an, daß bei den vorliegenden großen Vergrößerungen  $a \approx f$  ist. Wir können schreiben (kleiner Glanzwinkel):

$$b = aV, \quad b' = \frac{aV}{1 \pm \frac{\Delta\lambda}{\lambda} V}.$$

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  beträgt für Cu- $K\alpha$ -Strahlung ca.  $4 \cdot 10^{-4}$ .

Der chromatische Fehler kann durch „Abblenden“ weiter verkleinert werden, also durch Wahl von Linsen mit kleinerem  $r$ . Das hat seine praktische Grenze, bedingt durch Linsengröße, Lichtstärke und durch die Linseneigenschaften.

Aus den angegebenen Daten läßt sich eine maximale Auflösung von etwa  $1 \mu$  abschätzen.

## Über die Kontraste von Atomen im Elektronenmikroskop

Von HANS BOERSCH

Aus dem Institut des Recherches Scientifiques in Tettanng (Württ.)

(Z. Naturforsch. **2a**, 615—633 [1947]; eingegangen am 18. Juni 1947)

**Inhalt:** 1. *Streuabsorption*: a) elastische Streuung, b) unelastische Streuung, c) experimentelle Voraussetzungen, d) Kontrast von Einzelatomen, e) Kontraste flächenhafter amorpher Objekte, f) Kontraste von Kristallgittern; Intensität der Kristallgitter-Interferenzen; Kontraste nicht aufgelöster Kristalle. 2. *Phasenkontrast*: a) Intensität der Amplituden-Gitterinterferenzen, b) Kontraste aufgelöster Kristallgitter, c) Phasenschiebung; Folie; elektrostatische Felder. 3. *Filterung*: a) Kontrast flächenhafter Objekte, b) Kontrast von Einzelatomen, c) Kontraste aufgelöster Kristallgitter. 4. *Linsefehler*. 5. *Dunkelfeld*: a) nicht freitragende Objekte, b) freitragende Objekte, c) Dunkel-feld—Hellfeld. 6. *Zusammenfassung*.

Durch diese Untersuchung wird gezeigt, daß schon mittels Streuabsorption Einzelatome höherer Ordnungszahl sichtbar gemacht werden können, wenn es gelingt, das Auflösungsvermögen entsprechend zu steigern. Eine zusätzliche Ausfilterung der unelastisch gestreuten Elektronen bringt besonders bei leichten Atomen eine sehr erwünschte Kontraststeigerung. Eine entscheidende Verbesserung bedeutet aber die Einführung des Phasenkontrastverfahrens in die Elektronen-Optik, so daß nicht nur die leichten Atome der organischen Chemie sichtbar gemacht werden können, sondern auch die Atome im Kristallgitter oder in anderen Atomverbindungen. Auch eine Weiterentwicklung der Technik der Dunkelfeldmethode erscheint sehr lohnend, da sie ebenfalls die leichten Atome der organischen Chemie im festen Körper zu kennzeichnen gestattet.

Die Frage, die den Anlaß zu dieser Untersuchung gab, kann daher dahin beantwortet werden, daß es durchaus sinnvoll ist, das Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops bis zur Auflösung der Atomabstände zu steigern.

Die Sichtbarmachung der Atome kann als eines der Entwicklungsziele der Elektronenmikroskopie bezeichnet werden. Heute schon gestattet das Elektronenmikroskop, Gegenstände aufzulösen, die nur 5- bis 10-mal größer als ein Atom sind. Es erhebt sich nun die Frage, ob es einen Sinn hat, das Auflösungsvermögen bis zur Auf-

lösung der Atomabstände zu steigern, — denn zunächst ist es doch zweifelhaft, ob die Bildkontraste eines so feinen Gebildes, wie es das Atom darstellt, zu einer Sichtbarmachung ausreichen.

In dieser Arbeit sollen daher die Bildkontraste von Atomen untersucht werden. Bei dieser Gelegenheit können auch die Bildkontraste dünnster